

МІНІСТЕРСТВО ОСВІТИ І НАУКИ УКРАЇНИ
ДЕПАРТАМЕНТ ГУМАНІТАРНОЇ ПОЛІТИКИ
ВІННИЦЬКОЇ ОБЛАСНОЇ ДЕРЖАВНОЇ АДМІНІСТРАЦІЇ
КОМУНАЛЬНИЙ ЗАКЛАД ВИЩОЇ ОСВІТИ
«ВІННИЦЬКА АКАДЕМІЯ БЕЗПЕРЕРВНОЇ ОСВІТИ»

Другий етап Всеукраїнської олімпіади юних математиків 2021-2022 н. р.

Завдання

10 клас

1. Обчислити: $\frac{1}{x_1^2} + \frac{1}{x_2^2}$, якщо x_1 і x_2 – корені рівняння $x^2 + 3x - 5 = 0$.
2. Знайти найменше значення виразу $x + y + z$, якщо
$$\begin{cases} xy + yz = 8, \\ yz + xz = 9, \\ xz + xy = 5. \end{cases}$$
3. Довести, що якщо натуральні числа a і $5a$ мають однакову суму цифр, то a ділиться на 9.
4. У рівнобедреному трикутнику ABC ($AB=BC$) бісектриса AD ділить бічну сторону у відношенні $BD : DC = 5 : 6$. Знайти відстань між точкою перетину медіан і точкою перетину бісектрис цього трикутника, якщо його периметр дорівнює 32.
5. Є дошка розміром 3×3 клітинки і 9 карток розміром в одну клітинку, на яких написано деякі числа. Двоє гравців по черзі кладуть ці картки на клітинки дошки, по одній на клітинку. Після того як картки розкладено, перший (той, хто починав) підраховує суму шести чисел, що стоять у верхньому та нижньому рядках. Другий підраховує суми шести чисел, що стоять у лівому та правому стовпчиках. Виграє той, у кого сума більша. Довести, що при правильній грі першого другий не зможе виграти незалежно від того, які числа написані на картках.

На виконання завдань виділяється 4 години.

Кожна задача оцінюється в 7 балів.

Використання записників, калькуляторів

та інших електронних засобів забороняється.

14 листопада 2021 року.